



TUGAS AKHIR - TF 141581

**PERHITUNGAN GAYA *SLOSHING* AKIBAT
PITCHING PADA TANGKI SILINDER DENGAN
METODE ANALOGI MEKANIK**

**AHMAD HANAFI
NRP. 2412 100 013**

**Dosen Pembimbing
Ir. Yerri Susatio, M.T.**

**JURUSAN TEKNIK FISIKA
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2017**



FINAL PROJECT - TF 141581

***CALCULATION OF SLOSHING FORCE DUE TO
PITCH MOTION IN CYLINDRICAL TANK WITH
MECHANICAL ANALOGY METHOD***

**AHMAD HANAFI
NRP. 2412 100 013**

**Supervisor
Ir. Yerri Susatio, M.T.**

**ENGINEERING PHYSICS DEPARTMENT
Faculty of Industrial Technology
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2017**

**PERHITUNGAN GAYA *SLOSHING* AKIBAT
PITCHING PADA TANGKI SILINDER DENGAN
METODE ANALOGI MEKANIK**

**TUGAS AKHIR
OLEH**

**AHMAD HANAFI
NRP. 2412 100 013**

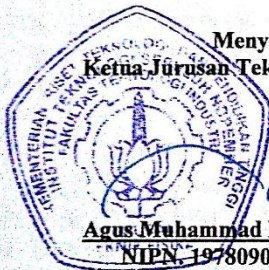
Surabaya. Januari 2017

**Mengetahui,
Dosen Pembimbing**



**Ir. Yerri Susatio, M.T.
NIP. 19541017 198003 1 005**

**Menyetujui,
Ketua Jurusan Teknik Fisika FTI-ITS**



**Agus Muhammad Hatta, ST, MSi, Ph. D
NIPN. 19780902 200312 1 002**

**PERHITUNGAN GAYA *SLOSHING* AKIBAT
PITCHING PADA TANGKI SILINDER DENGAN
METODE ANALOGI MEKANIK**

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada
Bidang Studi Vibrasi & Akustik
Program Studi S-1 Teknik Fisika
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

AHMAD HANAFI

NRP. 2412 100 013

Disetujui oleh Tim Penguji Tugas Akhir:

1. Ir. Yerri Susatio, M.T. (Pembimbing I)
2. Ir. Tutug Dhanardono, M.T. (Penguji I)
3. Ir. Wiratno Argo Asmoro, M.Sc. (Penguji II)
4. Nur Laila Hamidah S.T., M.Sc. (Penguji III)

SURABAYA

JANUARI, 2017

PERHITUNGAN GAYA *SLOSHING* AKIBAT *PITCHING* PADA TANGKI SILINDER DENGAN METODE ANALOGI MEKANIK

Nama Mahasiswa : AHMAD HANAFI
NRP : 2412 100 003
Jurusan : Teknik Fisika FTI-ITS
Dosen Pembimbing : Ir. Yerri Susatio, M.T.

Abstrak

Salah satu faktor yang dapat mengakibatkan ketidakstabilan pada tangki adalah *sloshing*. *Sloshing* adalah gerakan *free surface* cairan secara periodik yang menghantam dinding pembatas pada tangki karena cairan yang tidak terisi penuh. Cairan tersebut akan menimbulkan gaya tambahan terhadap tangki sehingga perlu diketahui besarnya gaya *sloshing* yang terjadi. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui gaya *sloshing* akibat pengaruh gerak *pitching* dan ketinggian cairan terhadap *sloshing*. *Sloshing* digambarkan dengan metode analogi mekanik, dimana gerakan *sloshing* tersebut dianalogikan sebagai sebuah sistem massa pegas yang bergerak. Kesimpulan dari penelitian ini adalah *sloshing* terbesar terjadi pada ketinggian cairan $h = 1$ m dan 1.25 m atau diatas setengah penuh, baik untuk kasus eksitasi longitudinal maupun *pitching*. Semakin kecil frekuensi gaya eksitasi, semakin besar gaya *sloshing* yang dihasilkan. Untuk $f = 1.5$ Hz, nilai peak gaya *sloshing* sebesar 14420 N, untuk $f = 1$ Hz, sebesar 16610 N dan untuk $f = 0.5$ Hz sebesar 45200 N. Selain itu, Gerak *pitching* pada tangki bisa mengakibatkan resonansi pada ketinggian cairan $h = 1.25$ m atau diatas setengah penuh untuk amplitudo eksitasi *displacement* sinusoidal sebesar 0.2 rad dan $f = 1$ Hz.

Kata Kunci: *sloshing*, metode analogi mekanik, *pitching*

***CALCULATION OF SLOSHING FORCE DUE TO
PITCH MOTION IN CYLINDRICAL TANK WITH
MECHANICAL ANALOGY METHOD***

Name	: AHMAD HANAFI
NRP	: 2412 100 003
Department	: Engineering Physics FTI-ITS
Supervisor	: Ir. Yerri Susatio, M.T.

Abstract

One of the factors that can lead unstability on the tank was sloshing. Sloshing is the free movement of fluid surface that periodically hit the wall in the tank when not-fully liquid loaded. The liquid will cause additional force against the tank, so the sloshing force need to be calculated. The purpose of this study was to determine the sloshing force due to the influence of pitching motion and fluid levels. Sloshing was described with mechanical analogy method, which sloshing motion described as a spring mass system that moves. The conclusion of this study is the largest sloshing occurs in the liquid height $h = 1$ m and 1.25 m or above half full, both for the case of longitudinal and pitching excitation. The lower the frequency of the excitation force, produce a force greater sloshing. For frequency $f = 1.5$ Hz, peak value of sloshing force is 14420 N, for $f = 1$ Hz, is 16610 N and for $f = 0.5$ Hz is 45200 N. Pitching motion in the tank can lead to resonance in the liquid height $h = 1.25$ m or above half full when amplitude sinusoidal excitation displacement is 0.2 rad and $f = 1$ Hz..

Keyword: sloshing, mechanical analogy method, pitching

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji dan syukur senantiasa terpanjatkan kepada Allah SWT yang telah memberi berkat dan rahmatnya. Atas petunjuk, dan karunia-Nya penulis telah melaksanakan tugas akhir periode ganjil tahun ajaran 2016/2017 sampai dengan menyelesaikan laporan tugas akhir dengan judul

PERHITUNGAN GAYA *SLOSHING* AKIBAT *PITCHING* PADA TANGKI SILINDER DENGAN METODE ANALOGI MEKANIK

Laporan Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat memenuhi mata kuliah TF 141581 Tugas Akhir pada Jurusan Teknik Fisika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Selama melaksanakan dan penyusunan laporan tugas akhir praktek ini, penulis telah mendapat banyak dukungan serta bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Kedua orang tua dan keluarga yang selalu memberikan doa, dukungan, dan perhatiannya kepada penulis.
2. Bapak Ir. Yerri Susatio, M.T. selaku pembimbing tugas akhir yang telah memberikan bimbingan serta arahan dalam menyelesaikan tugas akhir ini dan juga terima kasih untuk segala motivasi dan dukungan yang tiada ternilai harganya.
3. Bapak Ir. Zulkifli, M.Sc. selaku dosen wali.
4. Bapak Agus Muhammad Hatta, ST, MSi, Ph.D selaku ketua Jurusan Teknik Fisika FTI ITS.
5. Teman-teman Teknik Fisika angkatan 2012, terutama Agung, Vincen, Fauji, Nizam, Alfian, Hery, Imil, Dhias dll yang telah memberi semangat kepada penulis.
6. Semua pihak yang telah membantu dalam pelaksanaan dan penyusunan laporan tugas akhir ini.

Penulis menyadari bahwa terdapat beberapa kekurangan dalam laporan Tugas Akhir ini, maka dari itu kritik dan saran yang

membangun sangat penulis harapkan agar penyusunan laporan selanjutnya lebih baik lagi. Semoga laporan tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua.

Surabaya, 25 Januari 2017
Penulis

Ahmad Hanafi
NRP. 2412 100 013

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	Error! Bookmark not defined.
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	xi
KATA PENGANTAR	xiii
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I	1
PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	2
1.3. Batasan Masalah	2
1.4. Tujuan	2
1.5. Sistematika Laporan	3
BAB II	5
TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1. <i>Sloshing</i>	5
2.2. Metode Analogi Mekanik Ekuivalen <i>Sloshing</i>	10
2.3. Getaran Paksa Dari Sistem Massa Pegas Satu Derajat Kebebasan (1 DOF)	15
2.4. Gerak <i>Pitching</i> Tangki	17
2.5. Persamaan State space	17
2.5. Persamaan Laplace	19
2.6. Software <i>Mathcad</i>	20
BAB III	21
METODOLOGI PENELITIAN	21
3.1. Diagram Alir Penelitian	21
3.2. Studi Literatur	22
3.3. Pemodelan <i>Sloshing</i> Dengan Metode Analogi Mekanik	22
3.4. Perhitungan Respon Dan Gaya <i>Sloshing</i>	25
3.5. Simulasi Pengaruh Gerak <i>Pitching</i>	26

3.6.	Simulasi Pengaruh Level Cairan Terhadap <i>Sloshing</i>	26
3.7.	Gaya Eksitasi	26
3.8.	Frekuensi Natural	27
BAB IV		29
ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN		29
4.1.	Sistem Massa Pegas	29
4.2.	<i>Sloshing</i> Akibat Pengaruh Gerak <i>Pitching</i> Tangki	30
4.3.	Pengaruh Level Terhadap <i>Sloshing</i>	32
4.4.	Pengaruh Frekuensi Eksitasi Terhadap <i>Sloshing</i>	40
BAB V		45
PENUTUP		45
1.5.	Kesimpulan	45
1.6.	Saran	45
DAFTAR PUSTAKA		47
LAMPIRAN		
BIODATA PENULIS		

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 <i>Sloshing</i> pada tangki kotak	5
Gambar 2.2 <i>free surface</i> cairan pada tangki tak penuh pada bidang <i>pitch</i>	7
Gambar 2.3 a. Model <i>pitch</i> plane untuk tangki dengan cairan tak penuh b. Cross section cairan untuk tangki silinder	8
Gambar 2.4 Simulasi <i>sloshing</i> dengan metode computational fluids dynamics	10
Gambar 2.5 Metode Analogi Mekanik Ekuivalen Sistem Massa Pegas	11
Gambar 2.6 Daerah <i>free surface</i> cairan dan model mekanik ekuivalen	13
Gambar 2.7 Metode analogi mekanik ekuivalen sistem pendulum	13
Gambar 2.8 Getaran paksa untuk beberapa jenis gaya	16
Gambar 2.9 Gerak <i>pitching</i> pada tangki	17
Gambar 2.10 Tampilan muka dari software <i>mathcad</i>	20
Gambar 3.1 Diagram alir penelitian	21
Gambar 3.2 Analogi tangki silinder ke tangki kotak fungsi ketinggian cairan	23
Gambar 3.3 Gambar rancangan sistem massa pegas	25
Gambar 3.4. Fungsi step dengan $A = 0.2$ m dan fungsi sinusoidal dengan $A = 0.2$ m dan $f = 1$ Hz	27
Gambar 4.1. Grafik perbandingan massa sistem terhadap ratio level dan jari-jari (H/R)	30
Gambar 4.2 a. Respon <i>sloshing</i> akibat <i>pitching</i> untuk $h = 0.25$ m, b. Respon <i>sloshing</i> akibat <i>pitching</i> untuk $h = 0.75$ m c. Respon <i>sloshing</i> akibat <i>pitching</i> untuk $h = 1.25$ m	32
Gambar 4.3 Respon <i>displacement</i> total ketiga sistem massa pegas akibat gerak longitudinal harmonik untuk ketinggian cairan a. 0.25 m b. 0.5 m c. 0.75 m d. 1 m e. 1.25 m	34
Gambar 4.4 Gaya longitudinal slohing setiap ketinggian cairan untuk $f = 1$ Hz	35

- Gambar 4.5 Respon *sloshing* akibat gerak fungsi eksitasi step untuk setiap ketinggian cairan a. Untuk $h=0.25$ m, b. $h=0.5$ m, c. $h=0.75$ m, d. $h=1$ m, e. $h=1.25$ m 37
- Gambar 4.6 Respon *sloshing* akibat gerak *pitching* untuk ketinggian/level cairan a. 0.25 m b. 0.5 m, c. 0.75 m d. 1 m, e. 1.25 m 39
- Gambar 4.7 Respon *sloshing* dengan variasi frekuensi gaya eksitasi untuk $h = 1.25$ m 41
- Gambar 4.8 Gaya maksimal *sloshing* untuk eksitasi longitudinal dengan a. $f = 1.5$ Hz, b. $f = 1$ Hz, dan c. $f = 0.5$ Hz 42
- Gambar 4.9 Grafik respon gaya *sloshing* untuk ketinggian cairan $h = 0.25$ m dan 0.75 m dengan frekuensi eksitasi $f = 1$ Hz 43

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Spesifikasi Tangki Silinder	22
Tabel 3.2	Nilai massa setiap sistem massa pegas	24
Tabel 3.3	Nilai kekakuan pegas	24
Tabel 3.4	Nilai massa rigid dan ketinggian sistem massa pegas	25
Tabel 3.5	Frekuensi natural untuk setiap mode	28
Tabel 4.1	Ratio massa tiap moda terhadap ketinggian cairan	29

DAFTAR SIMBOL

Φ	= Gradien dari <i>free surface</i> cairan
a_x	= percepatan/deceleration tangki (m/s^2)
S	= area <i>cross section</i>
R	= jari-jari silinder (m)
X_L	= lokasi pusat gravitasi pada sumbu x
Z_L	= lokasi pusat gravitasi pada sumbu z
V	= volume cairan dalam tangki (m^3)
h	= tinggi pusat gravitasi (m)
m_n	= massa sistem ke-n (kg)
k_n	= kekakuan pegas (Nm)
C	= koefisien damper (Nm/s)
X_0	= gerak translasi tangki (m)
x_n	= gerak sistem massa pegas (m)
H_n	= ketinggian sistem massa pegas (m)
α_0	= sudut <i>pitching</i> tangki (rad)
g	= percepatan gravitasi (m/s^2)

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Sloshing adalah gerakan *free surface* cairan yang menghantam dinding pembatas pada tangki akibat volume cairan yang tidak penuh. Pada beberapa kasus, seperti pada *sloshing* yang terjadi pada kendaraan tangki, *sloshing* akan berpengaruh terhadap gerak rolling dan *pitching* pada tangki. Hal tersebut terjadi karena ketika tangki bergerak, cairan yang tidak penuh dalam tangki juga ikut bergerak sehingga pusat massanya berubah-ubah dan menimbulkan gaya tambahan pada kendaraan. Gaya hidrodinamik dan momen yang timbul akibat pusat massa yang berubah-ubah tersebut yang menyebabkan kestabilan dan kendali mobil tangki akan berkurang ketika kendaraan bermanuver maupun berakselerasi (Arimbawa 2011).

Untuk menganalisa *sloshing*, terdapat beberapa metode pendekatan, diantaranya metode kuasi statik (*quasi-static model*), analisis dinamik *sloshing*, dan metode analogi mekanik. Metode kuasi statik merupakan metode sederhana untuk memprediksi posisi *steady* dari *free surface* cairan ketika kendaraan berjalan dimana *free surface* cairan digantikan dengan garis lurus sesuai dengan gerak *pitch* dan percepatan longitudinal pada model kendaraan *pitch plane*. Analisis dinamik *sloshing* digunakan untuk mengetahui efek dari *sloshing* transien yang mana *sloshing* dinamik cairan tersebut dapat diinvestigasi dengan metode *computational fluids dynamics (CFD)*, sedangkan untuk metode analogi mekanik, *sloshing* digambarkan sebagai sebuah sistem mekanik seperti massa pegas atau pendulum yang bergerak (Kolaei 2014).

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Arimbawa Rega (2011) tentang analisa pengaruh *sloshing* terhadap getaran mobil tangki dengan model *full car* memfokuskan pada sistem suspensi kendaraan dimana *sloshing* belum terlalu dijelaskan secara mendetail. Oleh karena itu, perlu dilakukan perhitungan *sloshing* yang lebih detail mengenai gerak dan gaya *sloshing* yang nantinya

akan dikaitkan dengan dinamika sistem suspensi kendaraan untuk kasus aplikasi pada mobil tangki.

Metode analogi mekanik ekuivalen dipilih karena penggunaannya yang mudah dalam menggambarkan *sloshing* dan kesesuaiannya untuk menganalisa kelakuan dinamika sistem suspensi untuk gerak *pitching* tangki. Selain itu tangki silinder dipilih karena aplikasinya banyak digunakan pada mobil tangki, plant pabrik kimia, *water storage*, *storage vessel* pada kapal, dsb. Oleh karena itu, pada penelitian ini, objek yang ditinjau adalah tangki silinder dengan perhitungan *sloshing* menggunakan model analogi mekanik.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, dirumuskan beberapa poin permasalahan sebagai berikut:

- a. Bagaimana pengaruh level cairan dalam tangki terhadap *sloshing* yang terjadi?
- b. Bagaimana gaya *sloshing* yang terjadi akibat gerak *pitching* pada tangki silinder?

1.3. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. *Sloshing* digambarkan dalam bentuk 2D dan merupakan sistem linier
- b. Perhitungan getaran dan gaya *sloshing* menggunakan *software Mathcad*
- c. Viskositas fluida diabaikan
- d. Dimensi tangki disesuaikan dengan desain karoseri untuk kapasitas 7000 L

1.4. Tujuan

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

- a. Untuk mengetahui pengaruh bentuk tangki terhadap gaya *sloshing* yang terjadi.

- b. Untuk mengetahui gaya *sloshing* yang terjadi akibat gerak *pitching* pada tangki silinder

1.5 Sistematika Laporan

Laporan penelitian Tugas Akhir ini akan disusun secara sistematis dibagi dalam beberapa bab, dengan perincian sebagai berikut :

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi penjelasan latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika laporan.

BAB II Tinjauan Pustaka

Pada bab ini membahas secara singkat teori-teori dan penelitian sebelumnya yang mendasari pengerjaan Tugas Akhir ini, selain itu juga terdapat penjelasan tentang teori-teori tersebut.

BAB III Metodologi Penelitian

Dalam bab ini akan dijelaskan mengenai detail tahapan-tahapan yang harus dilalui untuk mencapai tujuan dan simpulan akhir dari penelitian.

BAB IV Analisa Data dan Pembahasan

Bab ini merupakan tindak lanjut dari Bab III, pada bab ini akan dilakukan perhitungan gaya *sloshing* akibat gerak *pitching* pada tangki silinder dengan metode analogi mekanik menggunakan *Mathcad*, setelah dilakukan analisis sesuai dengan kebutuhan dan tujuan yang ingin dicapai maka selanjutnya dilakukan pembahasan terhadap analisis data yang telah dilakukan, pembahasan yang dilakukan disesuaikan dengan tujuan yang ingin dicapai.

BAB V Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi tentang kesimpulan pokok dari seluruh penelitian atau Tugas Akhir yang telah dilakukan dan saran yang dapat dijadikan sebagai pengembangan penelitian selanjutnya.

Halaman ini memang dikosongkan

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. *Sloshing*

Sloshing adalah gerakan *free surface* cairan yang menghantam dinding pembatas pada tangki akibat volume cairan yang tidak penuh. Pada beberapa kasus *sloshing* seperti yang terjadi pada kendaraan tangki, *sloshing* akan berpengaruh terhadap gerak *rolling* dan *pitching* pada tangki. Hal tersebut terjadi karena ketika tangki bergerak, cairan yang tidak penuh dalam tangki juga ikut bergerak sehingga pusat massanya berubah-ubah dan menimbulkan gaya tambahan pada kendaraan. Gaya hidrodinamik dan momen yang timbul akibat pusat massa yang berubah-ubah tersebut yang menyebabkan kestabilan dan kendali mobil tangki berkurang ketika kendaraan bermanuver maupun akselerasi (Arimbawa 2011).

Studi mengenai dinamika *sloshing* sangat diperlukan dalam beberapa aplikasi di industri seperti pada kendaraan pembawa cairan (truk tangki, kereta api yang membawa bahan bakar, kapal), penerbangan roket, *storage vessel* dsb. Hal itu berkaitan dengan aspek keselamatan dan aspek lain yang timbul akibat adanya *sloshing* yang terjadi (Yan et al. 2009).



Gambar 2.1 *Sloshing* pada tangki kotak

Metode yang umum dipakai untuk menggambarkan *sloshing* antara lain, model *quasi-static*, analisis dinamik *sloshing*, dan model mekanik ekuivalen. Umumnya penelitian mengenai

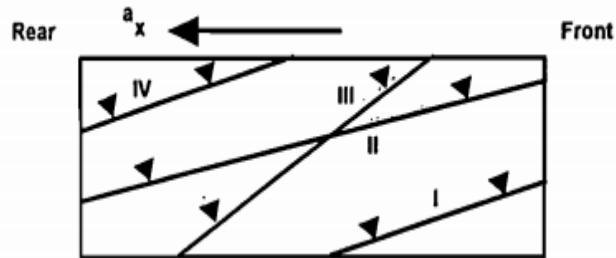
sloshing hanya menganalisa *sloshing* dalam arah 2 dimensi (2D), padahal pada aplikasinya seperti pada kendaraan tangki, *sloshing* ditinjau dalam arah 3 dimensi (3D) akibat gaya simultan dari aplikasi pengereman maupun manuver. Selain itu, untuk kasus 3D, menurut Zou & Wang (2015), validitas untuk analisa *sloshing* belum terlalu memadai, sehingga dilakukanlah pemodelan menggunakan model mekanik ekuivalen untuk kasus *sloshing* 2D.

Ada beberapa penelitian mengenai *sloshing* dengan menggunakan metode analogi mekanik. Diantaranya dilakukan oleh Spyros A. Karamanos, yang menganalisa bagaimana efek *sloshing* terhadap *horizontal-cylindrical* vessel untuk desain gempa dengan menggunakan model mekanik ekuivalen massa pegas(Karamanos et al. 2006) dan Changfang zou yang melakukan penelitian untuk memodelkan *sloshing* dengan model mekanik untuk tangki kotak dengan arah eksitasi horizontal(Zou & Wang 2015). Dari kedua jurnal tersebut, diketahui bahwa metode analogi mekanik bisa menggambarkan *sloshing* dengan lebih mudah dan sesuai untuk mengetahui kelakuan dinamika sistem. Selain itu, untuk studi eksperimental dinamika *sloshing* dilakukan oleh Guorong Yan dengan hasil bahwa frekuensi sangat mempengaruhi *sloshing* yang terjadi(Yan et al. 2009).

2.1.1. Metode Kuasi Statik (*Quasi-Static Model*)

Metode kuasi statik adalah metode sederhana untuk memprediksi posisi *steady* dari *free surface* cairan ketika kendaraan berjalan dimana *free surface* cairan digantikan dengan garis lurus sesuai dengan gerak *pitch* dan percepatan longitudinal pada model kendaraan *pitch plane*(Kolaei 2014).

Seperti terlihat pada gambar 2.2, posisi *free surface* cairan berubah seiring dengan percepatan tangki yang berbeda pula. *Free surface* dari cairan dapat diasumsikan menjadi 4 posisi yang mungkin tergantung dari geometri tangki, level cairan, dan sudut gradien seperti pada gambar.



Gambar 2.2 *free surface* cairan pada tangki tak penuh pada bidang *pitch*

Gradien dari *free surface* cairan pada bidang *pitch* tangki untuk kasus pengereman dapat dirumuskan

$$\tan \phi = a_x \quad (1)$$

Dimana a_x adalah percepatan tangki

Karena gradien dari *free surface* berubah, maka mengakibatkan posisi dari pusat gravitasi/*center gravity* juga berubah. Perubahan tersebut bisa dilihat pada gambar 2.2. Ketika tangki bergerak dengan percepatan a_x , *free surface* dari cairan akan miring sebesar ϕ , dan membuat tinggi cairan menjadi z_1 dan z_2 di kedua sisi. Persamaannya dijelaskan seperti berikut

$$z = h_o \quad (2)$$

$$z = z_1 + \tan \Phi * x \quad (3)$$

Untuk tinggi z_1 dihitung menggunakan teknik iterative. Nilai awalan untuk z_1 diasumsikan sama dengan tinggi awal *free surface*, h_o . Total volume cairan untuk *free surface* yang baru dapat dicari secara numerik menggunakan integral luas/rangkap dua.

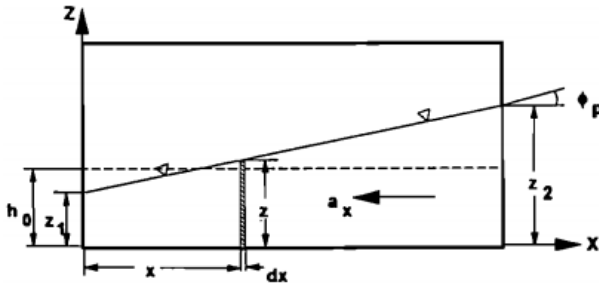
Untuk kasus tangki silinder pada gambar 2.3 a, untuk menghitung volume dapat dicari menggunakan integral dari area *cross section* dengan persamaan

$$S = \frac{R^2(\beta - \sin \beta)}{2} \quad (4)$$

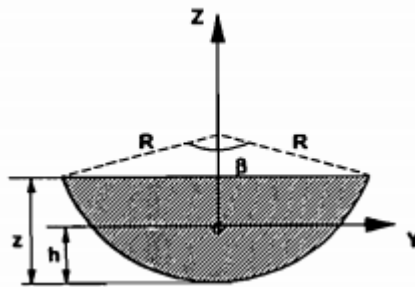
Dimana

$$\beta = 2 * \cos^{-1} \left[\frac{(R - z)}{R} \right] \quad (5)$$

$$V = \int_0^L S dx \quad (6)$$



a.



b.

Gambar 2.3 a. Model *pitch plane* untuk tangki dengan cairan tak penuh b. Cross section cairan untuk tangki silinder

Setelah dihitung nilai volume untuk *free surface* yang baru, dapat dicari lokasi dari pusat gravitasi/*center gravity* dari cairan menggunakan momen integral seperti berikut:

Untuk

$$X_l = \frac{\int_0^L Sx dx}{\int_0^L S dx} \quad (7)$$

$$Z_l = \frac{\int_0^L Sh dx}{\int_0^L S dx} \quad (8)$$

Dimana h adalah pusat gravitasi dari *cross section* seperti pada gambar 2.3 b, dengan rumus

$$h = 4R \frac{\sin^3(\beta/2)}{3(\beta - \sin \beta)} \quad (9)$$

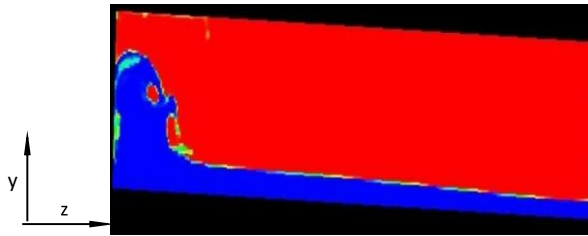
Setelah diketahui semua nilai parameter diatas, persamaan tersebut dihubungkan dengan sistem dinamik kendaraan tangki yang ada, sehingga dapat dicari respon dari kendaraan akibat *sloshing* yang terjadi

2.1.2. Analisis Dinamik *Sloshing*

Analisis dinamik *sloshing* digunakan untuk mengetahui efek dari *sloshing* transien yang mana *sloshing* dinamik cairan tersebut diinvestigasi dengan metode *computational fluids dynamics (CFD)*. Analisis dinamik *sloshing* sangat sesuai digunakan untuk menganalisa fenomena *sloshing* transient yang mana tidak bisa dilakukan oleh metode kuasi statik. Metode kuasi statik hanya akurat untuk kasus *steady state sloshing*, dimana metode tersebut bisa menghitung posisi dari pusat

massa yang kemudian dihubungkan dengan dinamika pergeseran beban (*dynamic load shift*).

Pada metode ini, gerakan dari cairan dalam tangki dijelaskan dengan persamaan *navier-stroke*. Pada metode ini juga dapat diketahui secara luas bagaimana analisa *sloshing* untuk kasus linier maupun nonlinier.



Gambar 2.4 Simulasi *sloshing* dengan metode computational fluids dynamics (CFD)(A. Bernard-Champmartin 2012)

2.2. Metode Analogi Mekanik Ekuivalen *Sloshing*

Untuk menggambarkan *sloshing* dengan model mekanik ekuivalen, dapat digunakan dua model, yaitu sistem massa pegas damper dan sistem pendulum. Terdapat dua daerah cairan dalam tangki, yaitu yang rigid/tidak bergerak dan yang bergerak. Daerah cairan yang bergerak inilah yang diwakili dengan sistem massa pegas damper sehingga bisa diketahui bagaimana gerak dari cairan tersebut atau *sloshing* yang terjadi.

Prinsip dalam merumuskan model mekanik didasarkan pada beberapa kondisi, antara lain

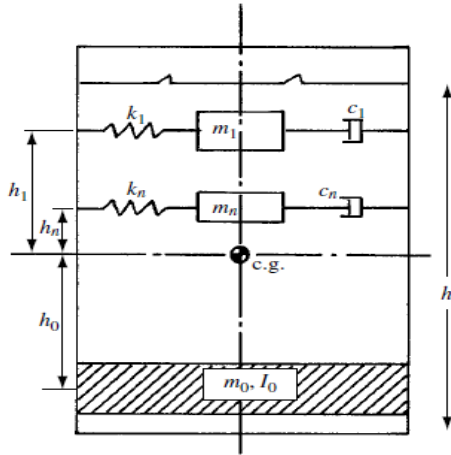
- Massa ekuivalen dan momen inersia harus dijaga sesuai
- Pusat gravitasi harus tetap sama untuk kasus osilasi yang kecil
- Komponen gaya dan momen untuk eksitasi tertentu harus sesuai dengan yang dihasilkan oleh sistem aktualnya

Model analogi mekanik dapat memberikan gambaran dinamika *free surface* cairan dengan baik selama frekuensi gaya deksitasi jauh dari zona resonansi. Apabila didekat zona resonansi,

pemodelan linier tidak valid lagi dan harus menggunakan pendekatan model nonlinier(Ibrahim 2005).

2.2.1. Model Ekuivalen Massa Pegas

Metode analogi mekanik ekuivalen dengan sistem massa pegas dapat dilihat pada gambar dibawah



Gambar 2.5 Metode Analogi Mekanik Ekuivalen Sistem Massa Pegas(Dodge 2000)

Terlihat bahwa ada 2 region dari cairan dalam tangki, dimana yang dimodelkan hanya bagian yang bergerak. Dari model tersebut didapatkan persamaan gerak, gaya, dan momen dengan rumus

$$m_n (\ddot{X}_0 + \ddot{x}_n + H_n \ddot{\alpha}_0) + C \dot{x}_n + K_n x_n - m_n g \alpha_0 = 0 \quad (10)$$

$$-F = m_0 \ddot{X}_0 + \sum m_n (\ddot{X}_0 + \ddot{x}_n) \quad (11)$$

$$-M = (I_0 + m_0 H_0^2) \ddot{\alpha}_0 + \sum m_n H_n (\ddot{x}_n + H_n \ddot{\alpha}_0) - g \sum m_n x_n \quad (12)$$

Parameter *sloshing* seperti kekakuan (k), massa (m), dan ketinggian sistem (h) berbeda untuk setiap bentuk tangki. Penentuan parameter untuk tangki kotak adalah sebagai berikut:

$$k1 := mt \left[\frac{8 \cdot g}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right] \cdot \tanh \left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right]}{(2n - 1)^2 \cdot \pi^3} \right] \quad (13)$$

$$m1 := mt \left[\frac{8 \cdot w}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right]}{(2n - 1)^3 \cdot \pi^3} \right] \quad (14)$$

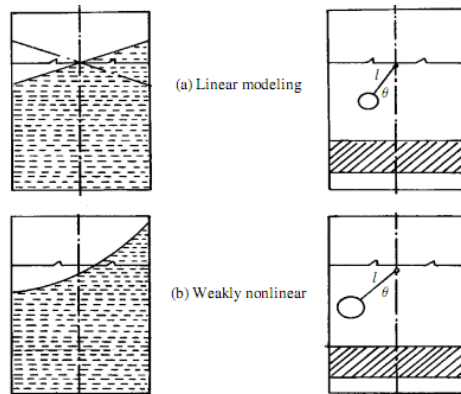
$$hn := \frac{Heq}{2} - \frac{0.5w}{2 \cdot Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right]}{(2n - 1) \cdot \pi} \quad (15)$$

$$mt := \rho \cdot Heq \cdot w \quad (16)$$

$$\omega n := \sqrt{(2n - 1) \pi \frac{g}{w} \tanh \left[\pi \cdot (2n - 1) \frac{Heq}{w} \right]} \quad (17)$$

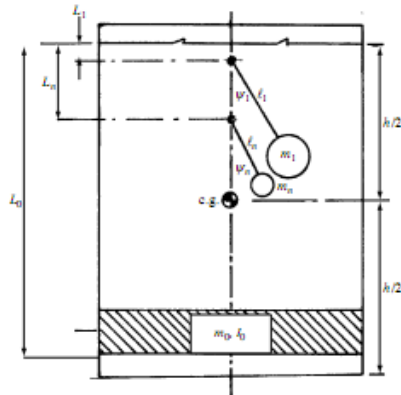
2.2.2. Model Ekuivalen Pendulum

Pada model ini, gerakan *free surface* cairan dimodelkan dengan gerakan pendulum yang berubah-ubah terhadap sumbu tengahnya/pusat gravitasinya. Setiap sistem pendulum menggambarkan 1 mode *sloshing*. Model pendulum ini lebih akurat untuk mengetahui slohing mode pertama, dimana kondisi akibat osilasi yang kecil, *free surface* cairan tetap linier tanpa terjadi rotasi seperti digambarkan pada gambar 2.6, sehingga dapat dianggap untuk kasus osilasi yang kecil, $\sin \theta = \theta$.



Gambar 2.6 Daerah *free surface* cairan dan model mekanik ekuivalen(Dodge 2000)

Seperti digambarkan pada gambar 2.7, setiap sistem pendulum terdiri dari massa, m_n , panjang lengan pendulum, l_n , dan massa rigid cairan, m_0 dengan jarak setiap massa pendulum dibawah *free surface* cairan terhadap titik pusatnya, L_n , dan jarak massa rigid, L_0 .



Gambar 2.7 Metode analogi mekanik ekuivalen sistem pendulum(Dodge 2000)

Penentuan parameter sistem pendulum berbeda-beda sesuai dengan bentuk tangki dan ketinggian cairan didalamnya. Sebagai contoh, untuk tangki kotak, parameter sistem pendulumnya sebagai berikut

$$m_n = m_T \left[\frac{8a \tanh(2n-1)\pi h / a}{\pi^3 (2n-1)^3 h} \right] \quad (18)$$

$$l_n = \frac{a}{\pi(2n-1)\tanh(2n-1)\pi h / a} \quad (19)$$

$$L_n = \frac{h}{2} - \frac{a}{\pi(2n-1)} \left[\tanh(2n-1)\pi h / 2a - \frac{1}{\sinh(2n-1)\pi h / a} \right] \quad (20)$$

$$m_0 = m_T \left[1 - \frac{8a \tanh(2n-1)\pi h / a}{\pi^3 (2n-1)^3 h} \right] \quad (21)$$

$$L_0 = \sum m_n (L_n - l_n) / m_0 \quad (22)$$

Persamaan gaya untuk model ekuivalen pendulum adalah

$$-F_x = m_0 \left[\ddot{x} + \left(\frac{h}{2} - L_0 \right) \ddot{\psi} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n \right) \ddot{\psi} + l_n \ddot{\psi}_n + \ddot{x} \right] \quad (23)$$

Persamaan momen untuk sumbu y melalui pusat massa adalah

$$M_y = m_0 \left[\ddot{x} + \left(\frac{h}{2} - L_0 \right) \ddot{\psi} \right] \left(\frac{h}{2} - L_0 \right) + I_0 \ddot{\psi} + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n \right) \ddot{\psi} + l_n \ddot{\psi}_n + \ddot{x} \right] l_n$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} m_n g [L_n \psi + l_n (\psi + \psi_n)]$$

(24)

Persamaan *sloshing* model ekuivalen pendulum adalah

$$\sum_{n=1}^{\infty} m_n \left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n \right) \ddot{\psi} + l_n \ddot{\psi}_n + \ddot{x} \right] l_n + \sum_{n=1}^{\infty} m_n g l_n (\psi + \psi_n) = 0$$

(25)

2.3. Getaran Paksa Dari Sistem Massa Pegas Satu Derajat Kebebasan (1 DOF)

Terdapat beberapa jenis gaya yang dapat diaplikasikan pada sistem massa pegas, diantaranya

- Gaya luar

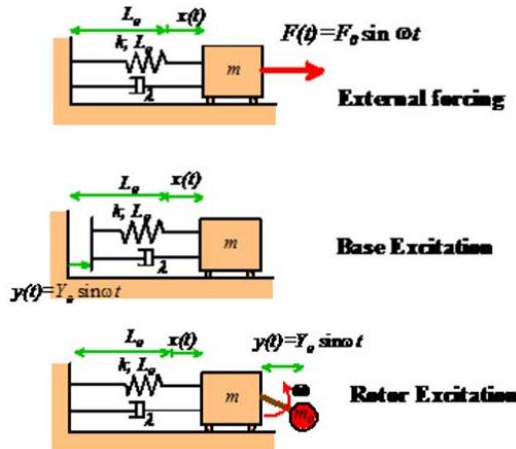
Model gaya luar bisa dalam fungsi sinusoidal yang mempunyai amplitudo F_0 yang bervariasi terhadap waktu. Contohnya seperti pada struktur *offshore* ketika dikenakan pembebanan gelombang laut.

- Eksitasi Dasar/

Eksitasi dasar memodelkan perilaku dari sistem isolasi getaran. Ketika dasar/tumpuan bergerak, hal itu juga akan mempengaruhi gerak dari massa sistem. Sistem ini dapat digunakan untuk memodelkan sistem suspensi kendaraan akibat profil jalan dan juga respon struktur bangunan akibat gempa bumi.

- Eksitasi rotor

Pada eksitasi rotor, dapat memodelkan efek dari mesin berputar yang diletakkan pada lantai yang fleksibel. Lengan dengan massa m_0 yang berputar dengan kecepatan angular konstan menyebabkan massa m bergetar.



Gambar 2.8 Getaran paksa untuk beberapa jenis gaya (Dodge 2000)

Sistem massa pegas damper satu derajat kebebasan (1 DOF) untuk setiap jenis gaya dapat dilihat pada gambar 2.8. persamaan gerak dari sistem dengan gaya harmonis, amplitudo F_0 dan frekuensi ω adalah

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \sin \omega t - \lambda \frac{dx}{dt} - kx \quad (26)$$

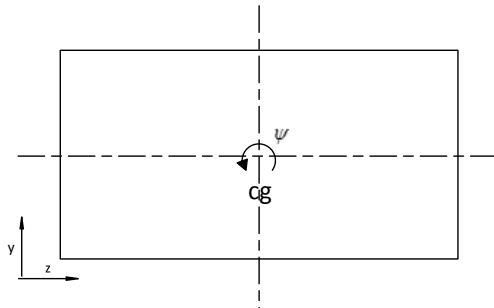
Untuk sistem dengan eksitasi dasar, persamaan geraknya

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \lambda \frac{d}{dt} (x - y) - k(x - y) \quad (27)$$

Persamaan (27) inilah yang digunakan bila sistem yang ditinjau adalah sistem suspensi dengan pengganggu profil jalan atau eksitasi dasarnya. Untuk mengetahui respon sistem $x(t)$, maka persamaan diatas diubah kedalam domain s dengan transformasi laplace, begitu juga dengan persamaan gayanya. Setelah itu, persamaan hasil tersebut ditransformasi balik/invers laplace sehingga bisa diketahui respon $x(t)$ dari sistem tersebut.

2.4. Gerak *Pitching* Tangki

Gerak *pitching* adalah gerakan mengangguk atau gerak rotasi dari sebuah benda melalui pusat massanya dalam arah memanjang atau longitudinal. Gerak *pitching* merupakan gerakan yang biasanya terjadi pada mobil, kapal akibat gelombang laut, pesawat dsb. Untuk kasus pada *sloshing*, gerakan *pitching* dari tangki akan menyebabkan gerak translasi dari *free surface* cairan yang menghantam dinding tangki.



Gambar 2.9 Gerak *pitching* pada tangki

Gerak *pitching* disimbolkan dengan ψ seperti terlihat pada gambar 2.9. Gerak *pitching* bisa berupa gerak harmonis maupun step. Pada aplikasi kendaraan tangki, gerak *pitching* berasal dari gerak *sprung mass* akibat perbedaan kontur jalan roda depan dan roda belakang.

2.5. Persamaan State space

Persamaan state space atau ruang keadaan adalah persamaan yang digunakan untuk menganalisa karakteristik sistem. Bentuk persamaan state space terdiri dari dua bentuk, yaitu persamaan keadaan sistem dan persamaan keluaran sistem.

Ada beberapa istilah dalam persamaan keadaan, antara lain

a. Variabel keadaan

Variabel keadaan suatu sistem dinamik adalah himpunan terkecil dari variabel-variabel yang menentukan keadaan sistem dinamik. Diperlukan n variabel $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, untuk melukiskan perilaku suatu sistem.

b. Vektor keadaan

Vektor keadaan adalah suatu vektor yang menentukan secara unik keadaan sistem $x(t)$ untuk setiap $t > t_0$ setelah ditetapkan masukan $u(t)$ untuk $t > t_0$.

c. Ruang keadaan

Ruang n dimensi yang sumbu koordinatnya terdiri dari sumbu x_1 , sumbu x_2 , ... sumbu x_n .

Untuk lebih jelasnya, dapat digambarkan dengan contoh sebagai berikut

Misal suatu persamaan orde- n

$$y + a_1 \dot{y} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = u \quad (28)$$

Selanjutnya didefinisikan nilai x_1 sampai x_n dan ditransformasi kedalam bentuk

$$\begin{array}{ccc}
 x_1 = y & & \dot{x}_1 = x_2 \\
 x_2 = \dot{y} & & \dot{x}_2 = x_3 \\
 \dots & & \dots \\
 x_{(n-1)} = \dot{y} & \longleftrightarrow & \dot{x}_{(n-1)} = x_n \\
 x_n = y & & \dot{x}_n = -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u
 \end{array}$$

Atau dalam bentuk persamaan ruang keadaan (matrik-vektor)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (29)$$

dengan

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Persamaan keluaran

$$Y = [1 \ 0 \ \dots \ 0] : \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$y = Cx \quad (31)$$

2.5 Persamaan Laplace

Transformasi Laplace adalah suatu metode operasional yang dapat digunakan secara mudah untuk menyelesaikan persamaan diferensial linier. Dengan menggunakan transformasi Laplace, dapat diubah beberapa fungsi umum seperti fungsi sinusoidal, fungsi sinusoidal teredam, dan fungsi eksponensial menjadi fungsi-fungsi aljabar variabel kompleks domain s .

Transformasi laplace dari suatu fungsi, $f(t)$, yang terdefinisi untuk semua nilai t riil dengan $t \geq 0$, adalah fungsi $F(s)$ yang didefinisikan sebagai:

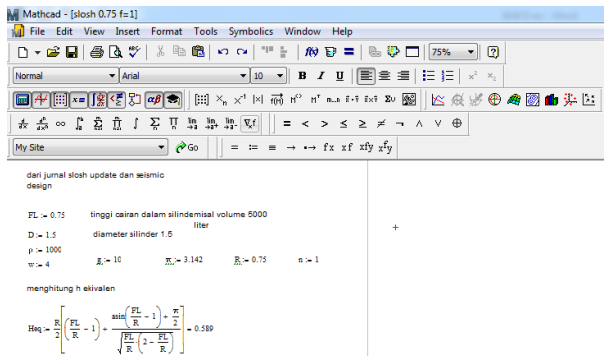
$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (32)$$

Persamaan getaran umumnya berada dalam domain waktu. Untuk memudahkan perhitungan respon getaran untuk eksitasi

yang berbeda, perlu diubah dahulu persamaan getaran kedalam domain s dengan laplace. Penyelesaian yang diperoleh, kemudian di invers laplace kan sehingga bisa diketahui bagaimana respon dari persamaan getaran tersebut.

2.6 Software *Mathcad*

Mathcad adalah software yang saat ini di bawah lisensi dari PTC (*Parametric Technology Corporation*), yaitu merupakan software matematika teknik yang bisa menghitung maupun menganalisa sebuah persamaan matematis. *Mathcad* memiliki fitur yang memudahkan dalam melakukan perhitungan maupun menampilkan plot grafik hasil perhitungan. Persoalan-persoalan getaran mekanik yang banyak melibatkan operasi perkalian, dan invers dari matrik-matrik berukuran besar dapat diselesaikan dengan cukup mudah oleh *Mathcad* karena mampu mengoperasikan matrik yang terdiri dari 8000 buah elemen.

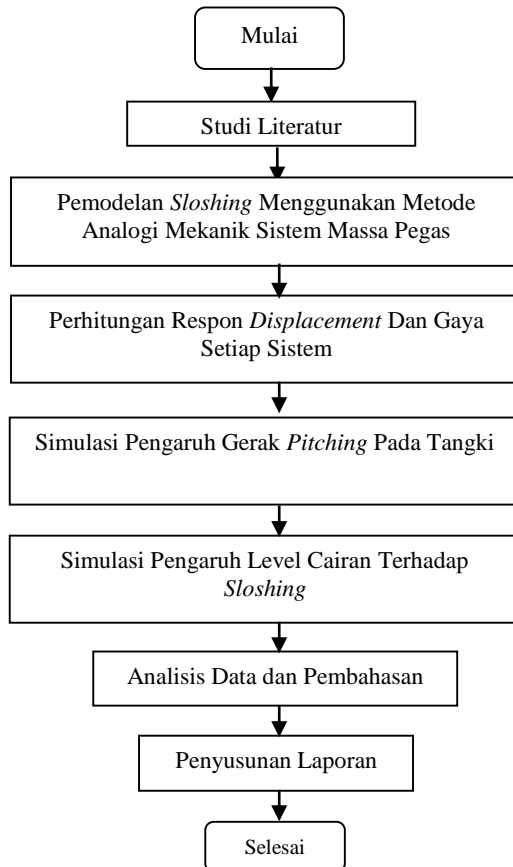


Gambar 2.10 Tampilan muka dari software *mathcad*

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Diagram Alir Penelitian

Secara umum tahapan penelitian Tugas Akhir ini dapat digambarkan dalam diagram alir seperti Gambar 3.1. di bawah ini.



Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

3.2. Studi Literatur

Tahap studi literatur dilakukan untuk mengetahui prinsip dasar dari *sloshing*, gaya *sloshing* pada tangki dan parameter yang mempengaruhinya. Literatur yang digunakan berasal dari buku, jurnal penelitian ilmiah dan artikel ilmiah.

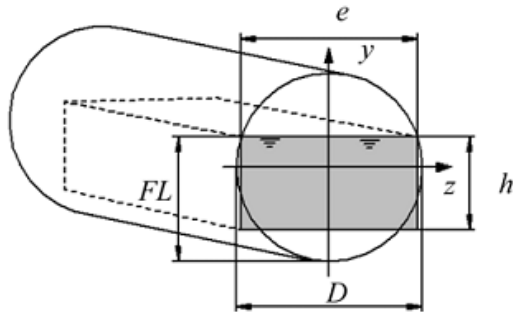
3.3. Pemodelan *Sloshing* Dengan Metode Analogi Mekanik

Sloshing yang ditinjau pada penelitian ini adalah *sloshing* yang terjadi pada tangki silinder. Metode yang digunakan adalah metode analogi mekanik dimana dengan metode analogi mekanik lebih mudah dan efektif dalam menggambarkan *sloshing* karena persamaan gerak setiap titik massa cairan dalam tangki sesuai dengan semua fungsi gerak dari kendaraan pada kasus mobil tangki(Dai et al. 2005). Dalam hal ini, metode analogi mekanik menggambarkan *sloshing* dalam bentuk 2 dimensi (2D) dan bersifat linier. Berikut ini merupakan spesifikasi tangki yang ditinjau:

Tabel 3.1 Spesifikasi tangki silinder

kapasitas	7000 L
panjang	4 m
diameter	1.5 m
massa jenis cairan	1000 kg/m ³

Penelitian sebelumnya mengenai *sloshing* pada tangki silinder pada arah longitudinal yang dilakukan oleh Kobayashi(1989), Dai Lu(2005), dan Karamanos(2006) memodelkan tangki silinder sebagai tangki kotak ekuivalen dengan tujuan untuk memudahkan dalam menggambarkan dan menganalisa *sloshing* yang terjadi. Ketiganya mengambil asumsi tangki silinder dianalogikan sebagai tangki kotak dengan syarat bahwa area $e.h$ sama dengan area cairan dalam silinder atau dengan kata lain volume dari silinder sama dengan volume kotak untuk ketinggian cairan tertentu seperti digambarkan pada gambar 3.2.



Gambar 3.2 Analogi tangki silinder ke tangki kotak fungsi ketinggian cairan (Dai et al. 2005)

Ketinggian cairan dalam tangki silinder (H) diubah menjadi tinggi dari tangki kotak (H_{eq}) dengan persamaan

$$h = \frac{R}{2} \left[\left(\frac{FL}{R} - 1 \right) + \frac{\sin^{-1} \left(\frac{FL}{R} - 1 \right) + \frac{\pi}{2}}{\sqrt{\frac{FL}{R} \left(2 - \frac{FL}{R} \right)}} \right] \quad (23)$$

Dapat dilihat bahwa h dipengaruhi oleh ratio tinggi cairan dan jari-jari silinder (FL/R) sehingga ketika level cairan berubah atau jari-jari berubah akan mempengaruhi tinggi cairan ekuivalen (h) tangki kotak.

Setelah diketahui tinggi dari analogi tangki kotak, maka kemudian dicari parameter sistem massa pegas seperti jumlah massa setiap cacahan (m_n), kekakuan pegas (k), tinggi setiap sistem (h_n) dan parameter lainnya. Parameter tersebut dicari dari persamaan yang didapat dari jurnal untuk tangki kotak yang merupakan hasil dari perhitungan dan studi eksperimen dari beberapa jurnal yang ada.

Berikut ini hasil perhitungan parameter tangki kotak untuk setiap variasi ketinggian cairan

Tabel 3.2 Nilai massa setiap sistem massa pegas

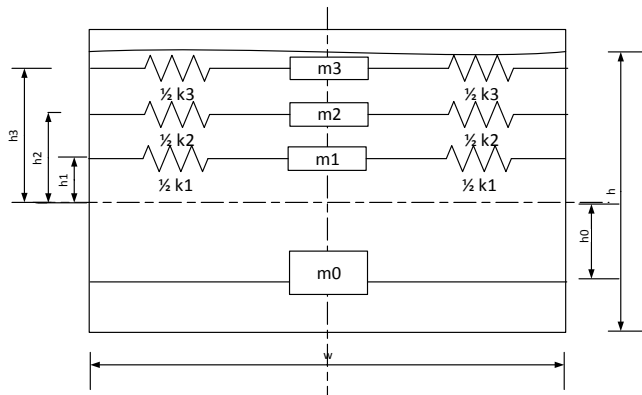
level (m)	mt (kg)	Heq (m)	massa (kg)		
			m1	m2	m3
0,25	693,208	0,173	548,132	51,444	14,47
0,375	1064	0,266	815,411	64,906	16,009
0,5	1459	0,365	1068	71,659	16,399
0,625	1885	0,471	1299	74,641	16,486
0,75	2357	0,589	1503	75,828	16,503
0,875	2895	0,724	1678	76,252	16,506
1	3540	0,885	1822	76,382	16,506
1,125	4378	1,094	1935	76,413	16,506
1,25	5630	1,408	2014	76,418	16,506

Tabel 3.3 Nilai kekakuan pegas

level (m)	mt (kg)	kekakuan pegas (N/m)		
		k1	k2	k3
0,25	693,208	2288	1632	996,34
0,375	1064	5063	3167	1280
0,5	1459	8681	3167	1280
0,625	1885	12840	3436	1293
0,75	2357	17200	3546	1296
0,875	2895	21440	3586	1297
1	3540	25290	3598	1297
1,125	4378	28510	3601	1297
1,25	5630	30890	3602	1297

Tabel 3.4 Nilai massa rigid dan ketinggian sistem massa pegas

level (m)	m_0 (kg)	h_0 (m)	ketinggian sistem (m)		
			h_1	h_2	h_3
0,25	78,982	0,036	0,044	0,065	0,066
0,375	168	0,037	0,067	0,101	0,102
0,5	302,937	0,038	0,094	0,139	0,143
0,625	495,443	0,356	0,123	0,182	0,189
0,75	761,066	0,338	0,157	0,231	0,242
0,875	1124	0,32	0,198	0,288	0,305
1	1625	0,302	0,251	0,36	0,383
1,125	2350	0,286	0,326	0,456	0,485
1,25	3523	0,272	0,448	0,605	0,641



Gambar 3.3 Gambar rancangan sistem massa pegas

3.4. Perhitungan Respon Dan Gaya *Sloshing*

Untuk menghitung respon sistem massa pegas akibat pengaruh gaya eksitasi dalam arah longitudinal atau memanjang, dicari dengan menggunakan persamaan gerak (10). Ada 2 metode

yang digunakan untuk memperoleh respon dari sistem, antara lain metode state space dan laplace. Metode state space digunakan untuk memudahkan perhitungan bila cacahan/eleman sistem lebih banyak sedangkan laplace memudahkan dalam mengetahui spektrum gaya *sloshing* yang terjadi. Hal itu dikarenakan beberapa persamaan tidak bisa diselesaikan dengan metode statespace dan mengalami masalah ketika melakukan inverse laplace persamaan differensial. Untuk perhitungan gayanya, menggunakan persamaan (11).

3.5. Simulasi Pengaruh Gerak *Pitching*

Untuk mengetahui pengaruh gerak *pitching* terhadap *sloshing* pada tangki, dilakukan pemberian gaya eksitasi *pitch* pada persamaan gerak dengan persamaan gaya eksitasi sinusoidal

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t)$$

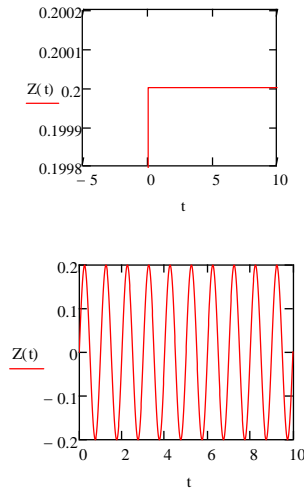
Dengan variasi amplitudo φ_0 yang berbeda. Setelah itu, dibandingkan bagaimana respon *displacement* untuk amplitudo yang berbeda.

3.6. Simulasi Pengaruh Level Cairan Terhadap *Sloshing*

Untuk mengetahui pengaruh cairan terhadap *sloshing* pada tangki, dilakukan pemberian gaya eksitasi sinusoidal dan *pitch* untuk kedua arah, longitudinal dan *pitching*. Dari kedua arah tersebut dilakukan analisa bagaimana respon *displacement* dan gaya *sloshing* masing- masing untuk fungsi eksitasi sinusoidal dan step.

3.7. Gaya Eksitasi

Gaya eksitasi diberikan untuk mengetahui bagaimana respon *displacement* dari setiap sistem massa pegas. Gaya eksitasi yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari fungsi sinusoidal dan fungsi step dengan amplitudo dan frekuensi yang berbeda.



Gambar 3.4. Fungsi step dengan $A = 0.2$ m dan fungsi sinusoidal dengan $A = 0.2$ m dan $f = 1$ Hz

3.8. Frekuensi Natural

Frekuensi natural adalah frekuensi dimana ketika sebuah sistem diberi eksitasi dengan frekuensi mendekati frekuensi naturalnya, akan menyebabkan sistem tersebut mengalami resonansi. Penentuan frekuensi natural ditujukan sebagai acuan dalam menentukan frekuensi eksitasi agar respon yang dihasilkan tidak mengalami resonansi. Resonansi ini bisa mengganggu kestabilan tangki sehingga dapat menyebabkan tangki terguling.

Perhitungan frekuensi natural menggunakan persamaan (17), dimana persamaan tersebut merupakan hasil penyederhanaan pendekatan teori dan eksperimen mengenai *sloshing* pada tangki kotak[9]. Frekuensi natural dari setiap sistem tersebut dipengaruhi oleh level dan panjang tangki.

Fekuensi natural dari sistem ke-1 sampai ke-3 mengalami peningkatan untuk setiap level cairan seperti terlihat pada tabel 4.2. Hal ini sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh Guorong Yan(Yan et al. 2009).

Tabel 3.5 Frekuensi natural untuk setiap mode

level cairan (m)	ω_1 (rad/s)	ω_2 (rad/s)	ω_3 (rad/s)
0,25	1,03	3,02	4,82
0,375	1,27	3,62	5,53
0,5	1,40	4,05	5,92
0,625	1,67	4,35	6,11
0,75	1,84	4,56	6,21
0,875	2,01	4,70	6,25
1	2,17	4,78	6,26
1,125	2,34	4,83	6,27
1,25	2,51	4,85	6,27

BAB IV ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

4.1. Sistem Massa Pegas

Setelah diketahui parameter dari tangki ekuivalen, berikut ini merupakan nilai massa dari 3 sistem massa pegas untuk setiap variasi ketinggian cairan dalam bentuk tabel. Nilai massa disini merupakan massa per unit lebar, karena metode ini menggambarkan *sloshing* dalam bentuk 2D (2 dimensi).

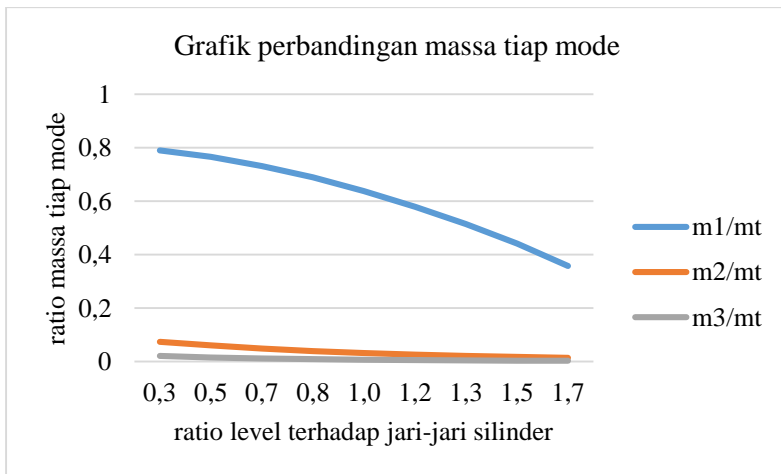
Tabel 4.1 Ratio massa tiap moda terhadap ketinggian cairan

ketinggian (h)	m1/mt	m2/mt	m3/mt
0,25	0,791	0,074	0,021
0,375	0,766	0,061	0,015
0,5	0,732	0,049	0,011
0,625	0,689	0,040	0,009
0,75	0,638	0,032	0,007
0,875	0,580	0,026	0,006
1	0,515	0,022	0,005
1,125	0,442	0,017	0,004
1,25	0,358	0,014	0,003

Perbandingan massa setiap sistem perlu diketahui untuk mengetahui seberapa besar massa dari cairan yang berpengaruh terhadap *sloshing*. Untuk memudahkan analisa, grafik untuk nilai massa dibandingkan dengan ratio antara ketinggian cairan dan jari-jari silinder seperti terlihat pada grafik gambar 4.1.

Dapat terlihat pada grafik 4.1, semakin tinggi ketinggian cairan, semakin kecil pula rasio massa sistem 1 terhadap massa total, begitu juga untuk massa sistem ke 2 dan ke 3. Hal ini sesuai dengan volume dari cairan yang bertambah sampai level cairan penuh. Semua nilai ratio m1 sampai m3 akan mengarah ke 0 untuk ketinggian penuh, sehingga tidak ada gaya *sloshing* ketika

ketinggian cairan penuh atau dengan kata lain gerak cairan sama dengan gerak tangki. Dapat dikatakan pula bahwa untuk sistem ke 3 atau yang paling atas massanya semakin kecil sehingga sistem tersebut yang paling bebas geraknya/*free motion*. Semakin banyak sistem/*element*, memungkinkan hasil yang diperoleh lebih akurat. Hal itu dikarenakan karena kita bisa mengetahui pergerakan dari massa yang lebih kecil dibanding massa total dengan lebih teliti. Namun karena jarak antar sistem yang satu dengan yang lain yang cukup kecil dan juga massa yang terlalu kecil dibanding massa total cairan, maka perhitungan *sloshing* pada penelitian ini hanya sampai orde ke-3 saja.

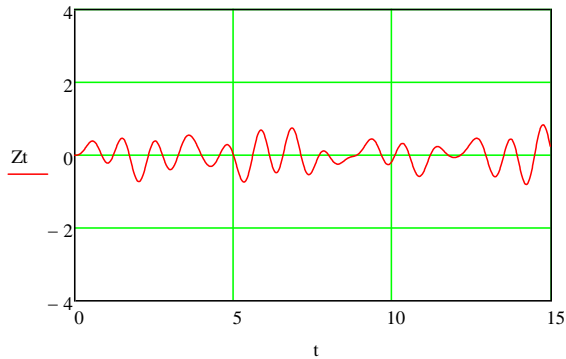


Gambar 4.1. Grafik perbandingan massa sistem terhadap ratio level dan jari-jari (H/R)

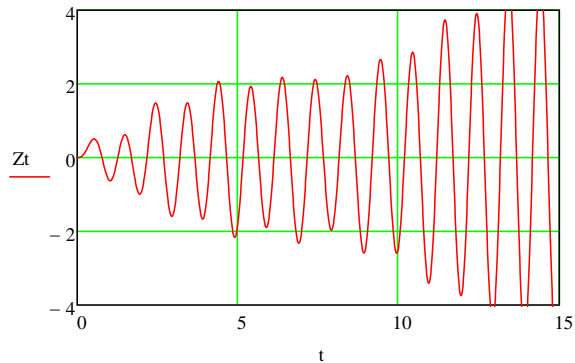
4.2. *Sloshing* Akibat Pengaruh Gerak *Pitching* Tangki

Untuk mengetahui *sloshing* yang diakibatkan oleh gerak *pitching* tangki dapat didekati dengan memberi input eksitasi sinusoidal, $\varphi(t) = \varphi_0 \sin \omega t$ untuk beberapa keadaan ketinggian level kurang dari setengah penuh, setengah penuh dan lebih dari setengah penuh. Dengan φ_0 sebesar 0.2 rad dan $f = 1$ rad/s. Frekuensi gaya pengganggu/eksitasi dipilih sebesar 1 hz dengan alasan untuk menghasilkan respon yang lebih jelas.

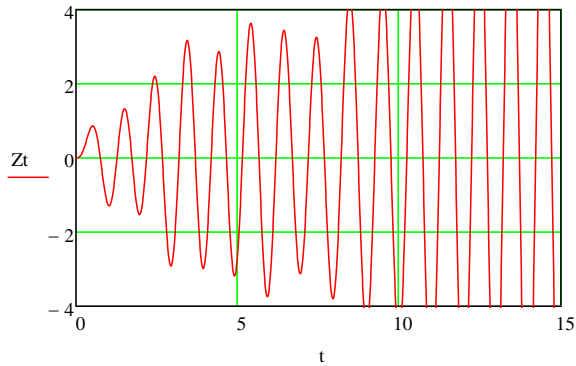
Pada gambar 4.1 untuk *sloshing* akibat gerak *pitching* tangki, untuk $h = 0.25$ m, *peak* amplitudo *displacement* sebesar 0.833 m, untuk $h = 0.75$ m dan 1.25 m, *displacement* dari sistem mengalami resonansi. Hal ini dikarenakan frekuensi eksitasi mendekati frekuensi natural dari sistem, sehingga menimbulkan gaya yang semakin bertambah tiap waktu.



a.



b.



c.

Gambar 4.2 a. Respon *sloshing* akibat *pitching* untuk $h = 0.25$ m, b. Respon *sloshing* akibat *pitching* untuk $h = 0.75$ m c. Respon *sloshing* akibat *pitching* untuk $h = 1.25$ m

4.3. Pengaruh Level Terhadap *Sloshing*

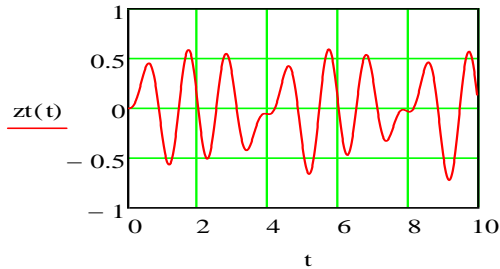
Untuk mengetahui pengaruh level terhadap *sloshing*, pendekatan yang dilakukan adalah dengan mengetahui respon dari setiap sistem untuk level dibawah setengah penuh, setengah penuh dan diatas setengah penuh, dengan memvariasikan fungsi pengganggu berupa harmonik dan step. Selain itu ditinjau pula pengaruh level terhadap *sloshing* pada kasus eksitasi longitudinal maupun *pitching*.

4.3.1. *Sloshing* Untuk Kasus Eksitasi Longitudinal

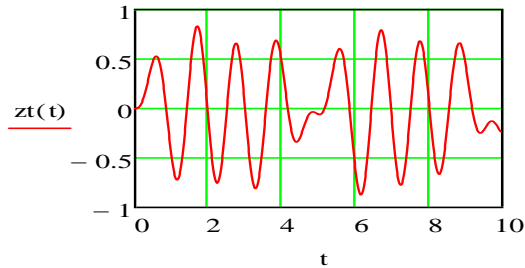
Pada *sloshing* untuk kasus longitudinal, fungsi gaya pengganggu berupa fungsi harmonik sinusoidal dan fungsi step. Untuk fungsi sinusoidal, amplitudo *displacement* sebesar 0.2 m dengan frekuensi 1 Hz sedangkan untuk fungsi step sebesar 0.2 m. Respon dari setiap sistem massa pegas untuk setiap level dijelaskan pada gambar dibawah.

4.3.1.1 *Sloshing* Dengan Fungsi Eksitasi Harmonik Sinusoidal

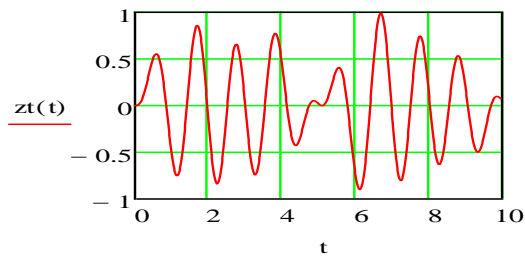
Sloshing dengan fungsi eksitasi harmonik diberikan untuk mengetahui bagaimana *sloshing* yang terjadi bila diberi pengganggu harmonik atau berulang-ulang. Didapatkan respon *displacement* sebagai berikut



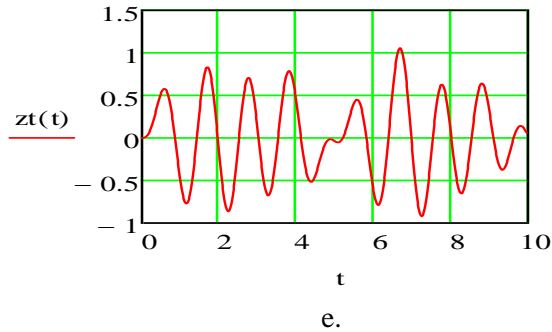
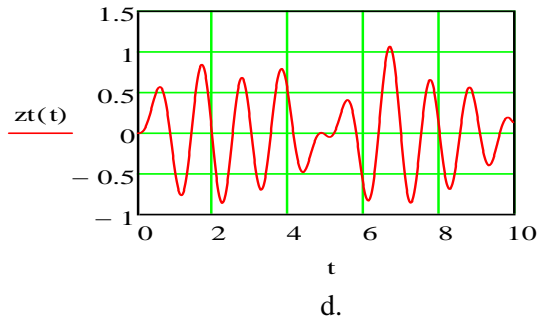
a.



b.

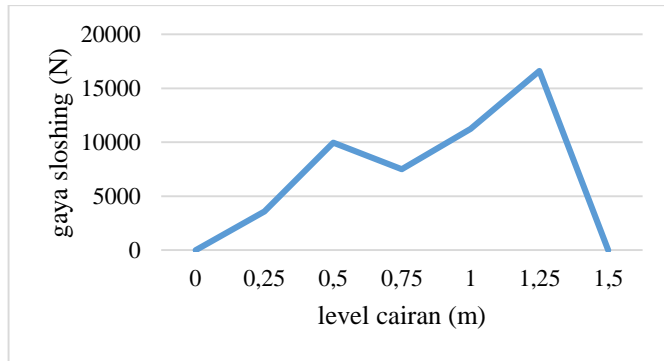


c.



Gambar 4.3 Respon *displacement* total ketiga sistem massa pegas akibat gerak longitudinal harmonik untuk ketinggian cairan a. 0.25 m b. 0.5 m c. 0.75 m d. 1 m e. 1.25 m

Terlihat pada gambar 4.3, respon *displacement* total dari ketiga sistem massa pegas/*free surface* cairan memiliki trend yang sama, namun memiliki *peak* amplitudo yang berbeda-beda. Untuk ketinggian cairan dari $h = 0.25$ sampai $h = 1.25$, berturut-turut memiliki *peak* amplitudo 0.593 m, 0.832 m, 0.992 m, 1.066 m, dan 1.055 m. Nilai *peak* amplitudo tertinggi terjadi ketika level cairan 1 m atau diatas setengah penuh.

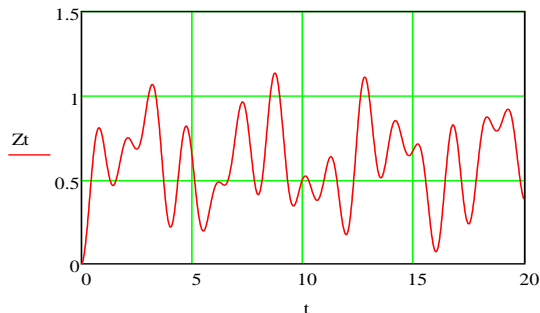


Gambar 4.4 Gaya longitudinal sloshing setiap ketinggian cairan untuk $f = 1$ Hz

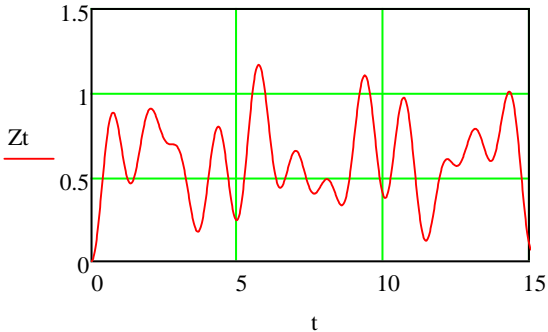
Untuk gaya *sloshing* longitudinal, nilai gaya *sloshing* terbesar terjadi ketika level cairan 1.25 m atau diatas setengah penuh sebesar 16610 N. Dapat diketahui dari grafik, bahwa gaya *sloshing* terbesar berada didaerah sekitar setengah penuh.

4.3.1.2 *Sloshing* Dengan Fungsi Eksitasi Step

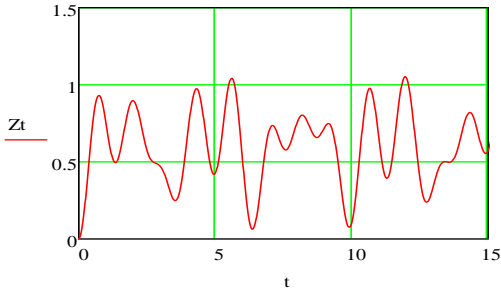
Fungsi eksitasi step diberikan untuk mengetahui bagaimana respon dari sistem massa pegas bila diberi fungsi eksitasi step dengan persamaan $Z(t) = 0.2 \phi(t)$. Berikut ini respon dari sistem massa pegas bila diberi input fungsi step untuk beberapa level/ketinggian cairan.



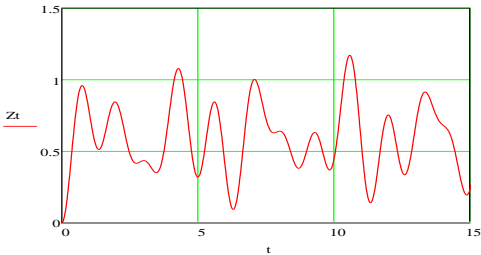
a.



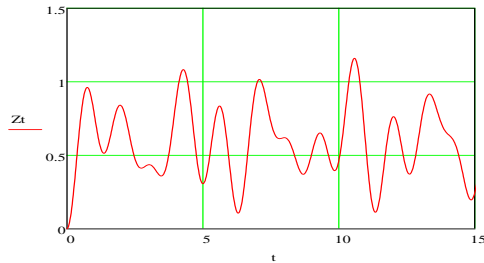
b.



c.



d.



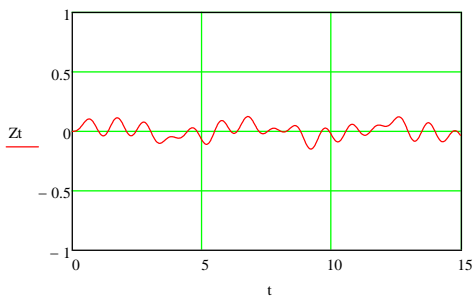
e.

Gambar 4.5 Respon *sloshing* akibat gerak fungsi eksitasi step untuk setiap ketinggian cairan a. Untuk $h=0.25$ m, b. $h=0.5$ m, c. $h=0.75$ m, d. $h=1$ m, e. $h=1.25$ m

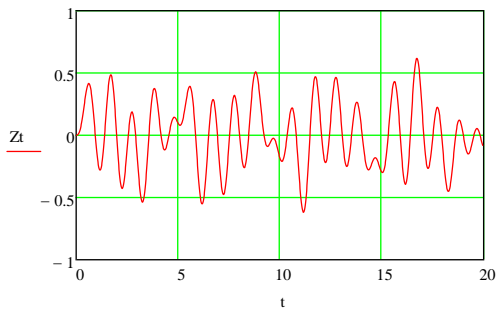
Terlihat pada gambar 4.5, respon *displacement* total dari ketiga sistem massa pegas/*free surface* cairan memiliki trend yang sama, namun memiliki *peak* amplitudo yang berbeda-beda. Untuk ketinggian cairan dari $h = 0.25$ m sampai $h = 1.25$ m, berturut-turut memiliki *peak* amplitudo 1.135 m, 1.168 m, 1.053 m, 1.171 m, dan 1.16 m. Nilai *peak* amplitudo tertinggi terjadi ketika level cairan 1 m atau diatas setengah penuh.

4.3.2. *Sloshing* Untuk Kasus Eksitasi *Pitching*

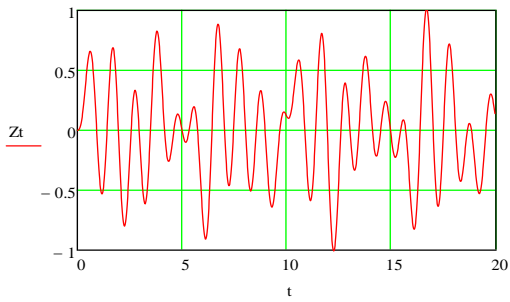
Pada *sloshing* untuk kasus eksitasi *pitching*, fungsi gaya pengganggu berupa fungsi harmonik sinusoidal saja. Untuk fungsi sinusoidal, amplitudo *displacement* sebesar 0.2 m dengan frekuensi 1 Hz. Respon dari setiap sistem massa pegas untuk setiap level dijelaskan pada gambar dibawah.



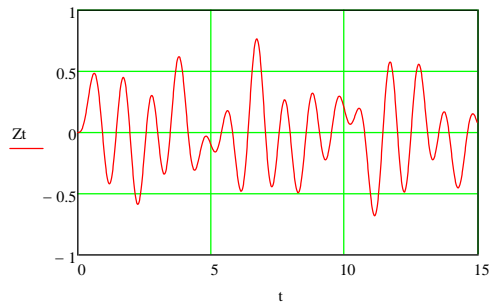
a.



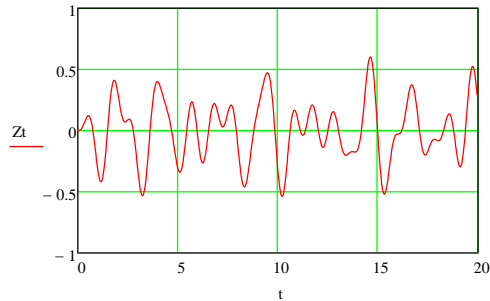
b.



c.



d.



e.

Gambar 4.6 Respon *sloshing* akibat gerak *pitching* untuk ketinggian/level cairan a. 0.25 m b. 0.5 m, c. 0.75 m d. 1 m, e. 1.25 m

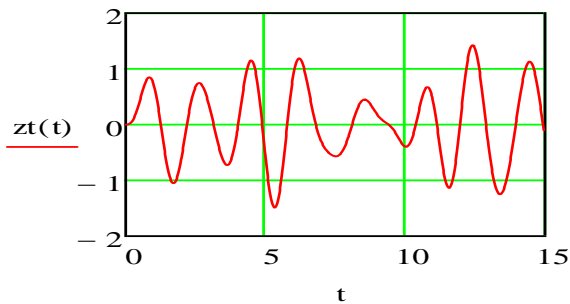
Untuk eksitasi gerak *pitching*, didapatkan respon seperti pada gambar 4.6. Untuk ketinggian cairan dari $h = 0.25$ m sampai $h = 1.25$ m, berturut-turut memiliki *peak* amplitudo 0.124 m, 0.618, 1.02 m, 0.766 m, 0.602 m. Nilai *peak* amplitudo tertinggi terjadi ketika level cairan 0.75 m atau setengah penuh. Dapat diketahui bahwa, nilai *peak displacement* terbesar terjadi ketika level cairan berada disekitar level cairan setengah penuh.

Dari kedua kasus *sloshing*, baik untuk kasus eksitasi longitudinal dan *pitching* dapat disimpulkan bahwa *displacement*

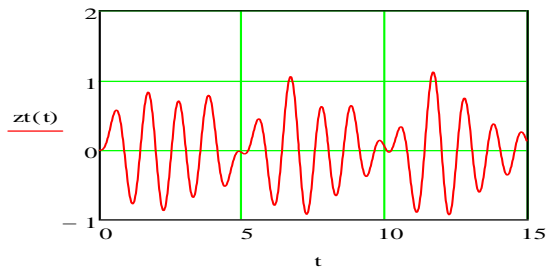
dan gaya *sloshing* terbesar terjadi didaerah sekitar setengah penuh, yaitu antara ketinggian $h = 0.75$ m sampai $h = 1.25$. untuk fungsi sinusoidal, respon displacemet *sloshing*/total ketiga sistem massa berosilasi dengan frekuensi didekat frekuensi eksitasinya, sedangkan untuk fungsi step, respon *sloshing* berosilasi didaerah amplitudo eksitasinya.

4.4. Pengaruh Frekuensi Eksitasi Terhadap *Sloshing*

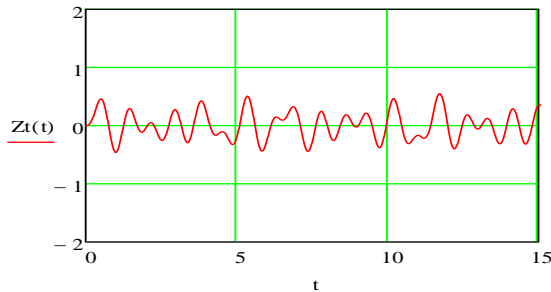
Untuk mengetahui pengaruh frekuensi eksitasi terhadap *sloshing*, dapat dilakukan dengan menganalisa bagaimana respon *displacement sloshing* maupun gaya *sloshing* yang dihasilkan dengan variasi frekuensi gaya eksitasi sebesar 0.5 Hz, 1 Hz, dan 1.5 Hz untuk kasus eksitasi longitudinal.



a. Untuk $f = 0.5$ Hz $A_{\max} = 1.427$ m



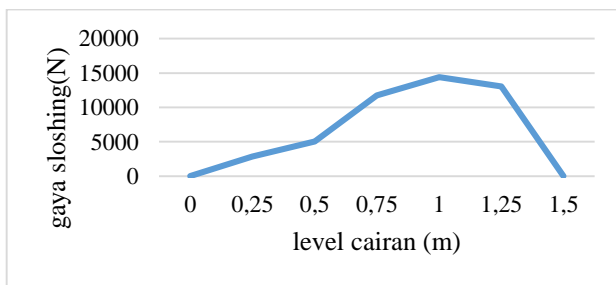
b. Untuk $f = 1$ Hz $A_{\max} = 1.12$ m



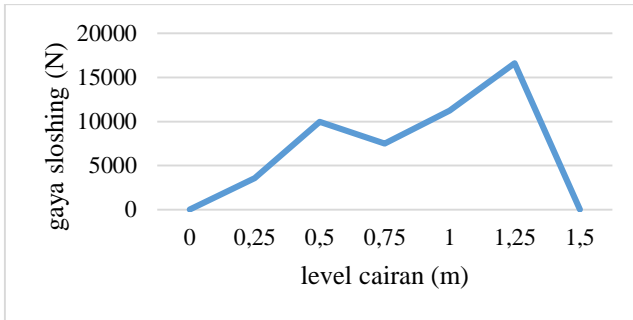
c. Untuk $f = 1.25 \text{ Hz}$ $A_{\max} = 0.55$

Gambar 4.7 Respon *sloshing* dengan variasi frekuensi gaya eksitasi untuk $h = 1.25 \text{ m}$

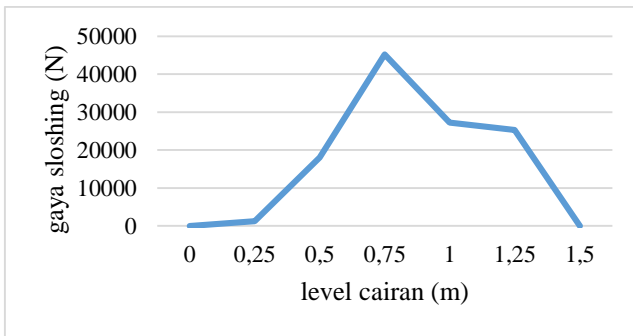
Dapat terlihat pada gambar 4.6 bahwa frekuensi juga berpengaruh terhadap respon *displacement* sistem massa pegas dimana ketika semakin rendah frekuensi gaya eksitasi, nilai *peak* amplitudonya semakin tinggi. Selain itu, seperti terlihat pada gambar 4.6 b untuk $f = 1 \text{ Hz}$, respon *displacement* dari sistem mengalami “*beat frequency*” yaitu fenomena bertumpuknya dua buah gelombang yang memiliki frekuensi hampir sama, sehingga menghasilkan trend yang sama setiap satu periodenya.



a.



b.



c.

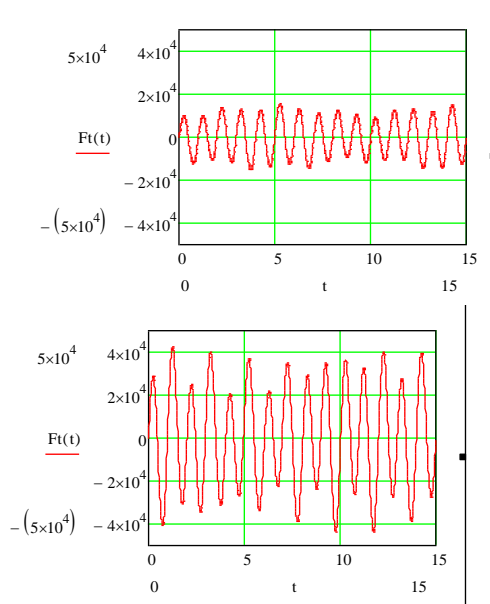
Gambar 4.8 Gaya maksimal *sloshing* untuk eksitasi longitudinal dengan a. $f = 1.5$ Hz, b. $f = 1$ Hz, dan c. $f = 0.5$ Hz

Untuk gaya *sloshing* arah longitudinal, nilai maksimalnya terjadi ketika frekuensi 0.5 Hz dengan nilai 45200 N ketika level cairan 0.75 m atau setengah penuh. Untuk $f = 1.5$ Hz, nilai gaya *sloshing* paling tinggi terjadi ketika level cairan 1 m atau diatas setengah penuh sebesar 14420 N. Untuk $f = 1$ Hz, nilai gaya *sloshing* paling tinggi terjadi ketika level cairan 1.25 m atau diatas setengah penuh sebesar 16610 N. Dari ketiga plot grafik gaya terhadap level cairan tersebut, dapat diketahui bahwa frekuensi gaya eksitasi berpengaruh terhadap *sloshing* yang terjadi. Ketika frekuensi gaya eksitasi semakin kecil, gaya *sloshing* yang

dihasilkan semakin besar. Selain itu, gaya *sloshing* paling besar berada didaerah setengah penuh/ $h = 0.75$ sampai $h = 1.25$

Grafik gaya maksimal *sloshing* pada gambar 4.8 diperoleh dari perhitungan gaya *sloshing* dengan menggunakan persamaan (11). Dari respon *displacement*/simpangan yang dihasilkan, kemudian dilakukan transformasi laplace untuk mendapatkan respon *acceleration*, kemudian dimasukkan kedalam persamaan sehingga dapat diketahui respon gaya *sloshing* yang dihasilkan.

$$-F = m_0 \ddot{X}_0 + \sum m_n (\ddot{X}_0 + \ddot{x}_n)$$



Gambar 4.9 Grafik respon gaya *sloshing* untuk ketinggian cairan $h = 0.25$ m dan 0.75 m dengan frekuensi eksitasi $f = 1$ Hz

Halaman ini memang dikosongkan

BAB V

PENUTUP

1.5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil simulasi, analisa dan pembahasan yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang dapat diambil dalam tugas akhir ini antara lain adalah sebagai berikut :

- *Sloshing* terbesar terjadi pada ketinggian cairan $h = 1$ m dan 1.25 m atau diatas setengah penuh, baik untuk kasus eksitasi longitudinal maupun *pitching*
- Semakin kecil frekuensi gaya eksitasi, menghasilkan gaya *sloshing* yang semakin besar. Untuk $f = 1.5$ Hz, nilai peak gaya *sloshing* sebesar 14420 N, untuk $f = 1$ Hz, sebesar 16610 N dan untuk $f = 0.5$ Hz sebesar 45200 N.
- Gerak *pitching* pada tangki bisa mengakibatkan resonansi pada ketinggian cairan $h = 1.25$ m atau diatas setengah penuh untuk amplitudo eksitasi *displacement* sinusoidal sebesar 0.2 rad dan frekuensi 1 Hz

1.6. Saran

Beberapa saran dan rekomendasi yang dapat diberikan dari penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

- Hasil dari penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi untuk menganalisa sistem suspensi kendaraan tangki akibat *sloshing* dengan menggunakan tinjauan *sloshing* dalam penelitian ini
- Perlu dilakukan perhitungan *sloshing* menggunakan analisa dinamik atau menggunakan *computational fluid dynamics* bila ingin meninjau *sloshing* lebih dalam

DAFTAR PUSTAKA

- A. Bernard-Champmartin, F.D.V., 2012. Liquid sloshing due to the pitch motion of a rectangular tank. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=k75IJKScU7s>.
- Arimbawa, R., 2011. Analisa Pengaruh Sloshing Terhadap Getaran Mobil Tangki Dengan Model Full Car. *Undergraduate Theses, Sepuluh Nopember Institute of Technology*, pp.1–15.
- Dai, L.Ã., Xu, L. & Setiawan, B., 2005. A new non-linear approach to analysing the dynamic behaviour of tank vehicles subjected to liquid sloshing. , 219, pp.75–86.
- Dodge, F.T., 2000. The dynamic behaviour of liquids in moving containers. *National Aeronautics and Space Administration*, p.202.
- Ibrahim, A.R. (Wayne S.U., 2005. *Liquid Sloshing Dynamics Theory and Application*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Karamanos, S. a., Patkas, L. a. & Platyrrachos, M. a., 2006. Sloshing Effects on the Seismic Design of Horizontal-Cylindrical and Spherical Industrial Vessels. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 128(3), p.328. Available at: <http://pressurevesseltech.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1459282>.
- Kolaei, A., 2014. Dynamic Liquid Slosh in Moving Containers School of Graduate Studies. , (October).
- Yan, G., Rakheja, S. & Siddiqui, K., 2009. Experimental Study of Liquid Slosh Dynamics in a Partially-Filled Tank. *Journal of Fluids Engineering*, 131(7), p.71303. Available at: <http://link.aip.org/link/JFEGA4/v131/i7/p071303/s1&Agg=doi>.
- Zou, C. & Wang, D., 2015. A simplified mechanical model with fluid-structure interaction for rectangular tank sloshing under horizontal excitation. *Advances in Mechanical Engineering*, 7(5), pp.1–16. Available at: <http://ade.sagepub.com/lookup/doi/10.1177/1687814015582085>.

LAMPIRAN

Contoh perhitungan dengan software mathcad

$FL := 0.7$ tinggi cairan dalam silinder

$D := 1.5$ diameter silinder 1.5

$\rho := 1000$ misal volume 7000 liter

$w := 4$ $g := 10$

$\pi := 3.14$ $R := 0.75$ $n := 1$

menghitung h ekivalen

$$Heq := \frac{R}{2} \left[\left(\frac{FL}{R} - 1 \right) + \frac{\arcsin\left(\frac{FL}{R} - 1\right) + \frac{\pi}{2}}{\sqrt{\frac{FL}{R} \cdot \left(2 - \frac{FL}{R}\right)}} \right] = 0.589$$

nilai parameter untuk 1 sistem

$$mt := \rho \cdot Heq \cdot w = 2.357 \times 10^3$$

$$m1 := mt \cdot \frac{8 \cdot 0.5w}{Heq} \cdot \frac{\tanh\left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w}\right]}{(2n - 1)^3 \cdot \pi^3} = 1.503 \times 10^3$$

$$k1 := mt \cdot \frac{8 \cdot g}{Heq} \cdot \frac{\tanh\left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w}\right] \cdot \tanh\left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w}\right]}{(2n - 1)^2 \cdot \pi^3} = 5.475 \times 10^3$$

$$m2 := mt \left[\frac{8 \cdot 0.5w}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2 \times 2 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right]}{(2 \times 2 - 1)^3 \cdot \pi^3} \right] = 75.828$$

$$k2 := mt \left[\frac{8 \cdot g}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2 \times 2 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right] \cdot \tanh \left[(2 \times 2 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right]}{(2 \times 2 - 1)^2 \cdot \pi^3} \right] = 1.129 \times 10^3$$

$$m3 := mt \left[\frac{8 \cdot 0.5w}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2 \times 3 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right]}{(2 \times 3 - 1)^3 \cdot \pi^3} \right] = 16.503$$

$$k3 := mt \left[\frac{8 \cdot g}{Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2 \times 3 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right] \cdot \tanh \left[(2 \times 3 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{0.5w} \right]}{(2 \times 3 - 1)^2 \cdot \pi^3} \right] = 412.501$$

$$m0 := mt - (m1 + m2 + m3) = 761.066$$

$$h1 := \frac{Heq}{2} - \frac{0.5w}{2 \cdot Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2n - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right]}{(2n - 1) \cdot \pi} = 0.061$$

$$h2 := \frac{Heq}{2} - \frac{0.5w}{2 \cdot Heq} \cdot \frac{\tanh \left[(2 \times 2 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w} \right]}{(2 \times 2 - 1) \cdot \pi} = 0.136$$

$$h3 := \frac{Heq}{2} - \frac{0.5w}{2 \cdot Heq} \cdot \frac{\tanh\left[(2 \times 3 - 1) \cdot \pi \cdot \frac{Heq}{w}\right]}{(2 \times 3 - 1) \cdot \pi} = 0.189$$

$$h0 := \frac{Heq}{2} + \frac{m1}{m0} \left(\frac{Heq}{2} - h1 \right) = 0.756$$

$$\underset{\text{AAA}}{f} := 1$$

$$\omega := (2\pi f)$$

$$\psi(t) := 0.2\sin(2\pi f t)$$

dengan menggunakan statespace

$$m_1 z_1 \ddot{d} + k_1 \cdot z_1 = m_1 \left(g + h_1 \cdot \omega^2 \right) \cdot \psi t \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ z_1 \ddot{d} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 12.4 \psi t + -3.64 z_1$$

$$m_2 z_2 \ddot{d} + k_2 \cdot z_2 = m_2 \left(g + h_2 \omega^2 \right) \cdot \psi t \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ z_2 \ddot{d} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 15.4 \psi t + -14.9 z_2$$

$$m_3 z_3 \ddot{d} + k_3 \cdot z_3 = m_3 \left(g + h_3 \omega^2 \right) \cdot \psi t \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ z_3 \ddot{d} \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow 17.4 \psi t + -25.0 z_3$$

misal

$$x1 = z1$$

$$x1d = z1d = x1'$$

$$x2 = z1d$$

$$x2d = z1dd = 12.4\psi t + -3.64z1$$

$$x3 = z2$$

$$x3d = z2d = x2'$$

$$x4 = z2d$$

$$x4d = z2dd = 15.4\psi t + -14.9z2$$

$$x5 = z3$$

$$x5d = z3d = x3'$$

$$x6 = z3d$$

$$x6d = z3dd = 17.4\psi t + -25.0z3$$

membuat matrik A, B dst

$$\begin{bmatrix} x1d \\ x2d \\ x3d \\ x4d \\ x5d \\ x6d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -14.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 12.4 \\ 0 \\ 15.4 \\ 0 \\ 17.4 \end{bmatrix} \cdot 0.2\sin(2\pi f t)$$

$$\underline{\underline{A}}(t) := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -14.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{B}}(t) := \begin{bmatrix} 0 \\ 12.4 \\ 0 \\ 15.4 \\ 0 \\ 17.4 \end{bmatrix}$$

$$\psi(t) := 0.2\sin(2\pi f t)$$

$$\text{npoint} := 100 \quad \text{x0} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{t0} := \mathbb{C}$$

$$\text{sol} := \text{statespace}(\text{x0}, \text{t0}, \text{t1}, \text{npoint}, \text{A}, \text{B}, \psi)$$

BIODATA PENULIS



Dilahirkan di Banyuwangi pada 23 September 1994, penulis merupakan anak kedua dari empat bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal tingkat dasar di TK Pertiwi, kemudian melanjutkan SDN 2 Kaligondo (2000-2006) Genteng, kemudian melanjutkan di SMPN 2 Genteng (2006-2009) dan SMAN 1 Rogojampi (2009-2012). Penulis diterima di jurusan Teknik Fisika FTI ITS pada tahun 2012 melalui jalur undangan. Di Jurusan Teknik Fisika FTI ITS Penulis mengambil bidang minat Vibrasi dan Akustik.

Email : ahmhanafi24@gmail.com